

2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO
EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

2º ENP
P Produção
P Projeto
P Pesquisa
CPM

SÃO CARLOS - SP / BRASIL

03/04 DE NOVEMBRO DE 2009

Utilização da técnica do carregamento incremental para análise da influência de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado.

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

Prof. Dr. Marcelo de Araújo Ferreira

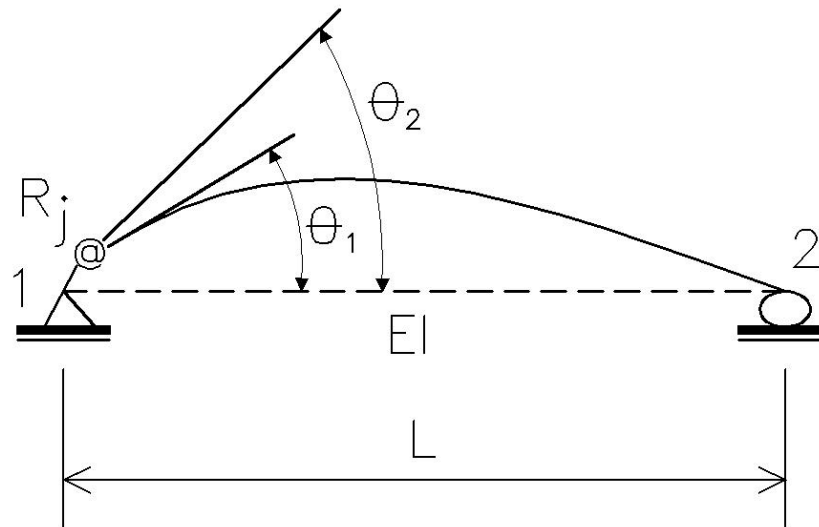
Eng. Igor Frederico Stoianov Cotta

INTRODUÇÃO

- *Na análise de estruturas em **concreto moldado in loco**, considera-se que as ligações entre os elementos que concorrem em um mesmo nó são perfeitamente rígidas.*
- *A **estabilidade global** da estrutura pode ser garantida em função dos pórticos que a compõem, os quais podem apresentar sua rigidez bastante reduzida em função da ligação escolhida.*
- *Necessidade da consideração do comportamento das ligações de forma mais precisa, utilizando-se a **técnica do carregamento incremental**.*

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

- Fator de restrição α_R
- Definição da NBR9062:1985
- Caracterização da rigidez relativa



CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

- **Fator de restrição** α_R

- **Definição da NBR9062:1985**

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{\text{sec}}}{R_{\text{sec}} L_{\text{ef}}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

- **Dividindo-se ambos o numerador e o denominador por θ_1 :**

$$\alpha_R = \left[1 + \frac{3 \cdot E_c \cdot I_{eq}}{R_{\text{sec}} \cdot L_{\text{viga}}} \right]^{-1}$$

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

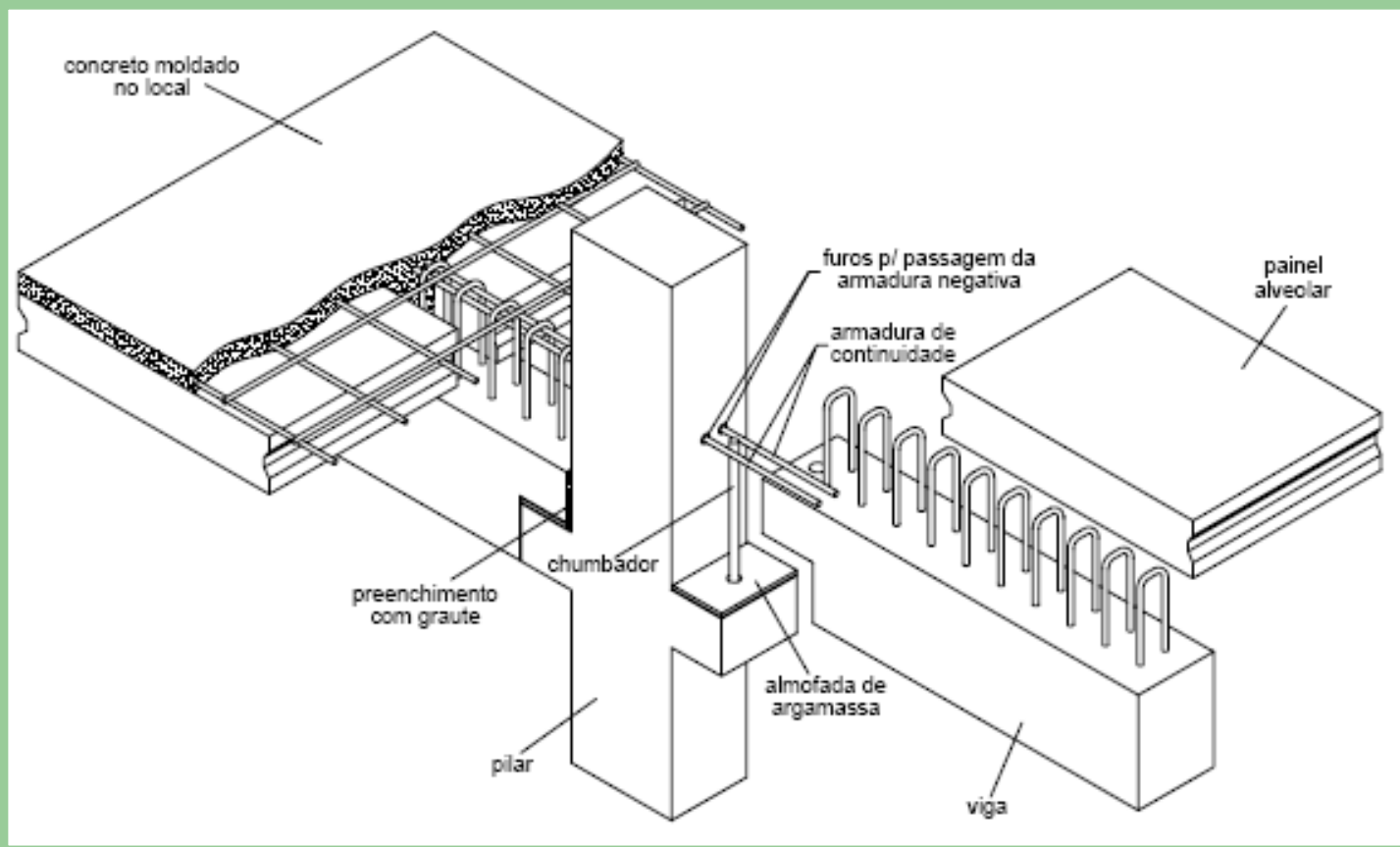
• **Fator de restrição** α_R

• **Onde:**

- E_c é o módulo de elasticidade do concreto;
- I_{eq} é o momento de inércia da seção transversal da viga adjacente;
- R_{sec} é a rigidez secante da ligação semi-rígida;
- L é o comprimento da viga adjacente.

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

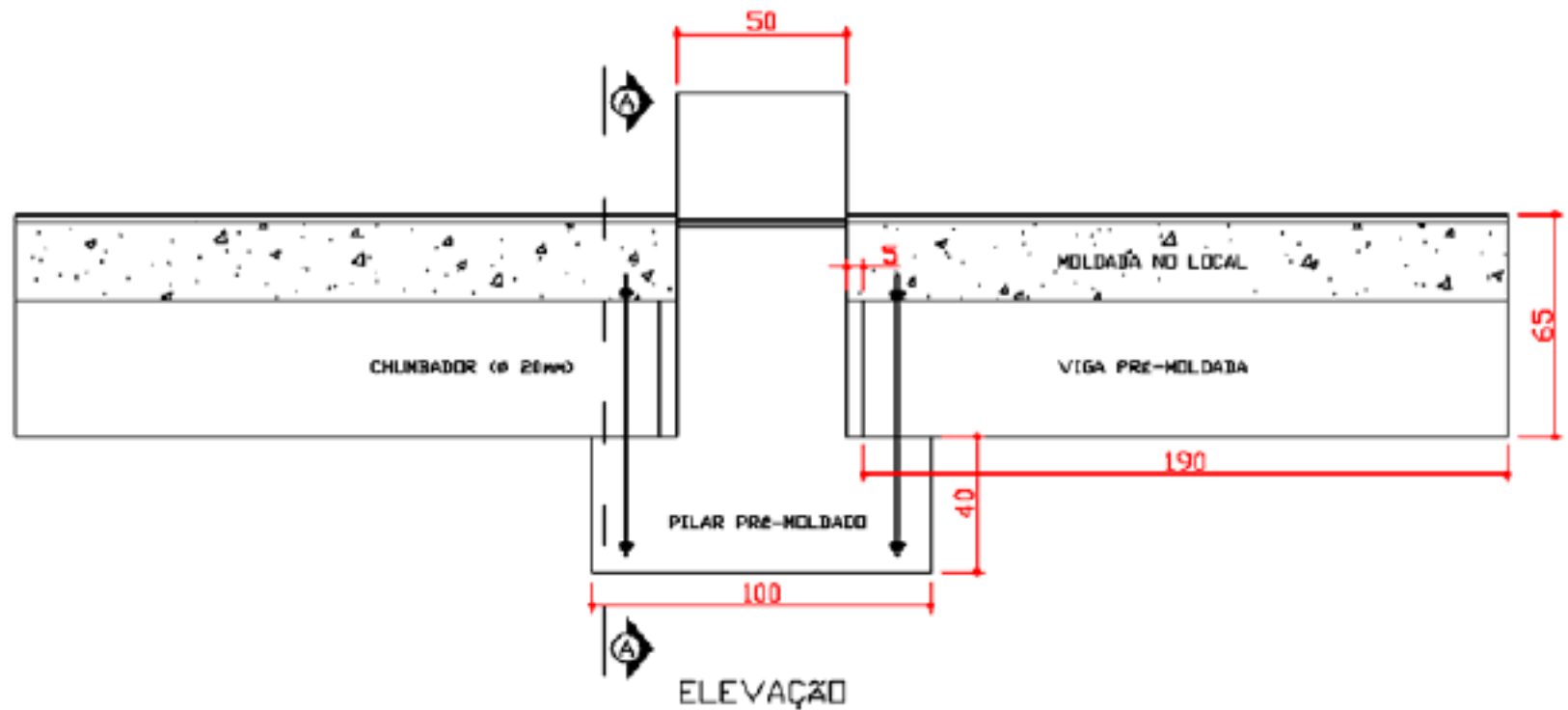
• Cálculo da rigidez das ligações



Perspectiva do modelo utilizado por Kataoka (2007). Viga em balanço, apoiada em consolo em pilar de concreto pré-moldado, com armadura de continuidade.

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

- *Cálculo da rigidez das ligações*



Ligação semi-rígida entre viga e pilar, utilizada na análise

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

- **Cálculo da rigidez das ligações**

- Segundo Ferreira et al (2002), a rigidez secante da ligação em estudo pode ser determinada através da expressão:

$$R_{\text{sec}} = \frac{M_y}{\phi_c} = \left[\frac{l_e}{0,9 \cdot E_s \cdot A_s \cdot d^2} + \frac{l_p}{E_{cs} \cdot I_{II}} \right]^{-1}$$

- **Onde:**

- l_p é o comprimento da região da ligação, correspondente à metade do comprimento do consolo, somado a altura útil na extremidade da viga sobre o apoio;
 - l_e é o comprimento de embutimento dentro do pilar;

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

• Cálculo da rigidez das ligações

$$R_{\text{sec}} = \frac{M_y}{\phi_c} = \left[\frac{l_e}{0,9 \cdot E_s \cdot A_s \cdot d^2} + \frac{l_p}{E_{cs} \cdot I_{II}} \right]^{-1}$$

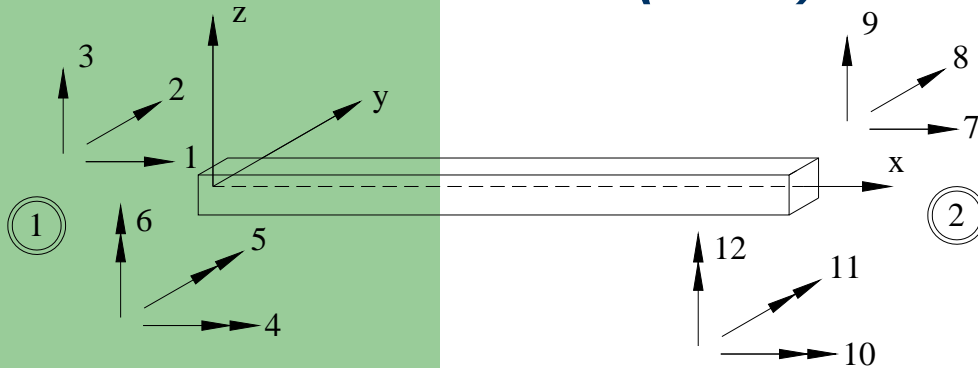
• Onde:

- d é a altura efetiva na extremidade da viga;
- E_s é o módulo de elasticidade do aço;
- I_{II} é o momento de inércia da seção homogeneizada fissurada no estágio II do trecho da viga próximo a ligação (referente a armadura negativa);
- E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto, equivalente a $0,85E_c$;
- A_s é a área da armadura negativa embutida no pilar.

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

- *Modificação da matriz de rigidez*

- *Utiliza-se procedimento analítico elaborado por Monforton e Wu (1963):*



$$SM_L = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez de elemento, modificada

CONSIDERAÇÃO DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

• Modificação da matriz de rigidez

$$K_{ii} = \begin{bmatrix} \boxed{\beta_i} \cdot \frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 \cdot E \cdot I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12 \cdot E \cdot I_y}{L^3} \cdot \frac{\alpha_{r,i} + \alpha_{r,j} + \alpha_{r,i} \cdot \alpha_{r,j}}{(4 - \alpha_{r,i} \cdot \alpha_{r,j})} & 0 & -\frac{6 \cdot E \cdot I_y}{L^2} \cdot \frac{\alpha_{r,j} \cdot (2 + \alpha_{r,i})}{(4 - \alpha_{r,i} \cdot \alpha_{r,j})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G \cdot I_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I_y}{L^2} \cdot \frac{\alpha_{r,i} \cdot (2 + \alpha_{r,j})}{(4 - \alpha_{r,i} \cdot \alpha_{r,j})} & 0 & \frac{2 \cdot E \cdot I_y}{L} \cdot \frac{3 \cdot \alpha_{r,i} \cdot \alpha_{r,j}}{(4 - \alpha_{r,i} \cdot \alpha_{r,j})} & 0 \\ 0 & -\frac{6 \cdot E \cdot I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2 \cdot E \cdot I_z}{L} \end{bmatrix}$$

Sub-matriz K_{ij} , modificada

CONSIDERAÇÃO DA FISSURAÇÃO DO CONCRETO

• Técnica do carregamento incremental

• *Proposta: corrigir a rigidez do elemento em função da intensidade do esforço interno de momento fletor obtido até a etapa de carregamento em questão*

• *1º. Passo: Cálculo do momento de fissuração, conforme a NBR 6118:2003*

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_c}{y_t}$$

• *Onde:*

• *$\alpha = 1,2$ para seções em “T” e $1,5$ para seções retangulares*

• *y_t = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada*

• *f_{ctm} = resistência média à tração do concreto*

• *I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto*

CONSIDERAÇÃO DA FISSURAÇÃO DO CONCRETO

• Técnica do carregamento incremental

• 2º. Passo: Cálculo do momento de inércia, conforme a expressão de **Branson**

$$I_M = \left(\frac{M_r}{M} \right)^n \cdot I_1 + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M} \right)^n \right] \cdot I_{II,0}$$

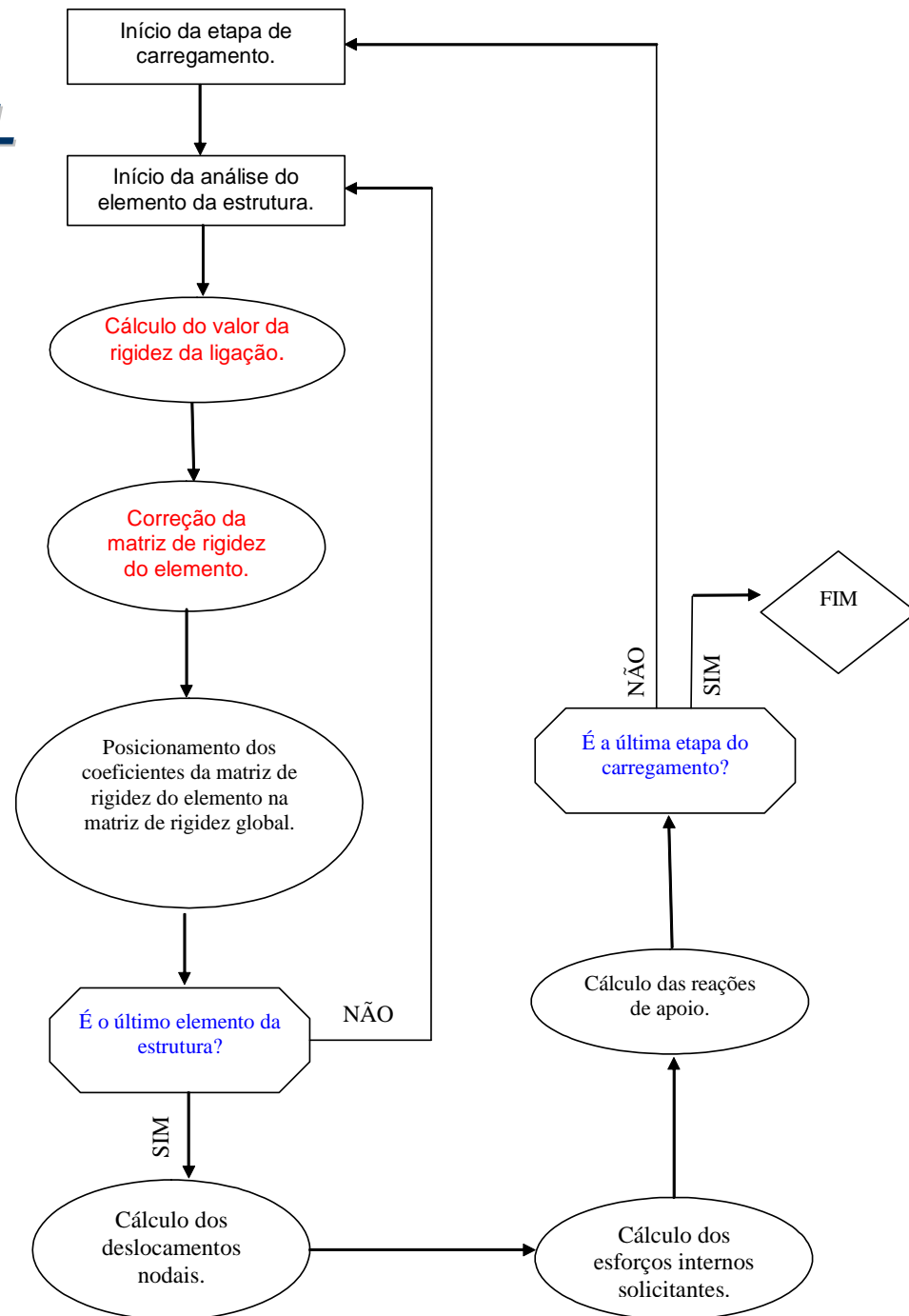
• Onde:

- M_r = momento de fissuração;
- M = momento atuante na seção;
- I_1 = inércia no estágio I;
- $I_{II,0}$ = inércia no estágio II puro;
- n : número inteiro positivo, geralmente considerado igual a 3.

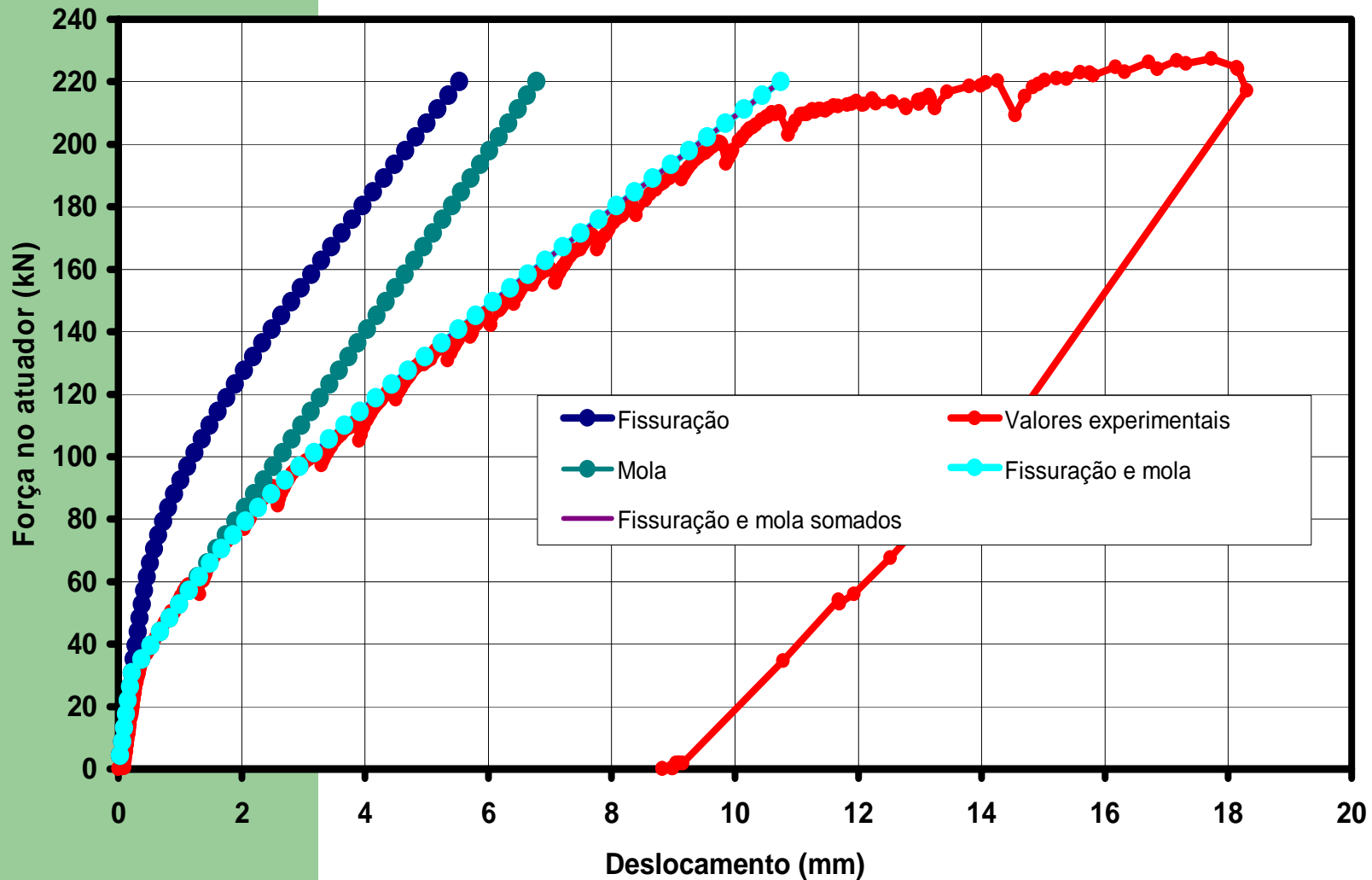
PROGRAMA COMPUTACIONAL

• Fluxograma geral

• A consideração da ligação semi-rígida implica no acréscimo de duas etapas de desenvolvimento, o cálculo da rigidez da ligação e a modificação da matriz de rigidez.



RESULTADOS TEÓRICOS X EXPERIMENTAIS



CONCLUSÕES

- *O modelo teórico adotado, considerando-se a não linearidade física do concreto e a presença da ligação semi-rígida, é bastante adequado para a estrutura em estudo.*
- *A viga foi engastada na coluna e livre em uma das extremidades. Isto implica que, embora haja não linearidade na referida viga e também na ligação, não é possível haver redistribuição de momento fletor.*
- *A rigidez da ligação pode ser alterada conforme o nível de solicitação, independentemente da fissuração do elemento de concreto. Este fato é suficiente para que a curva do deslocamento em função do esforço solicitante (ou força atuante) seja não linear.*

CONCLUSÕES

- ***A simples consideração da presença da ligação semi-rígida não foi suficiente para obter resultados condizentes com àqueles obtidos experimentalmente. Por outro lado, a consideração apenas da não linearidade física da viga, caracterizada pela fissuração do concreto quando do carregamento, tampouco forneceu valores satisfatórios. Apenas quando foram consideradas simultaneamente, os valores aproximaram-se consideravelmente dos experimentais.***

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- **BRANSON, D.E.** *Procedures for computing deflections. ACI Journal: New York, 1968.*
- **FERREIRA, M.A.** *Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto. 166f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1993.*
- **FERREIRA, M.A; EL DEBS, M.K; ELLIOT, K.S.** *Modelo teórico para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado. In: IBRACON. Anais do 44º Congresso Brasileiro do Concreto. Belo Horizonte, 2002.*
- **KATAOKA, M.N.** *Estudo da continuidade em ligações laje-viga-pilar em estruturas pré-moldadas de concreto. Dissertação (Mestrado em Construção Civil). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.*
- **LEONHARDT, F.** *Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1971.*
- **MONFORTON, G.R., WU, T.S.** *Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. Journal of the structural Division. (ASCE). v.89. 1963.*
- **NBR6118.** *Projeto de estrutura de concreto. 2003.*